$\Rightarrow p(Y=2)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{14}{24}$

• $(Y=4)$ se réalise quand on obtient **soit** une boule blanche portant 2 puis une boule portant 2 **ou** une noire portant 2 puis une deuxième qui porte porte 2

$\Rightarrow p(Y=4)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{24}$.

D'où le tableau de loi de probabilité de Y

y_i	1	2	4
p_i	$\frac{5}{24}$	$\frac{14}{24}$	$\frac{5}{24}$

PROBLEME

A-1/ la fonction $\left(x\mapsto 1+\frac{1}{x}\right)$ est dérivable et strictement positive sur IR_+^*

$\Rightarrow$ la fonction $\left(x\mapsto \text{Log}\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$ est dérivable sur IR_+^*.

Aussi la fonction $\left(x\mapsto -\frac{1}{x}+\frac{1}{4x^2}\right)$ est dérivable sur IR_+^*.

D'où $f: x\mapsto \text{Log}\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x}+\frac{1}{4x^2}$ est dérivable sur IR_+^*.

$$\bullet\ \forall x\in IR_+^*; f'(x)=\frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)'}{1+\frac{1}{x}}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2x^3}=\frac{-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2x^3}$$

$$=-\frac{1}{x^2+x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2x^3}=\frac{x-1}{2x^3(x+1)}$$

alors $\text{sig}[f'(x)]=\text{sig}(x-1);\ \forall x\in IR_+^*$

D'où le tableau de variation de f

x	0		1		$+\infty$
f'(x)	‖	−	0	+	
f(x)	$+\infty$ ‖	↘	m	↗	0

avec $m=\ln 2-\frac{3}{4}$

• $\lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\text{Log}\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x}+\frac{1}{4x^2}\right]=0$ $\Rightarrow$ la droite $(x'ox): y=0$ est une asymptote horizontale à (C) au voisinage de $+\infty$

• $\lim\limits_{0^+} f=\lim\limits_{X\to+\infty}\left[\text{Log}(1+X)-X+\frac{1}{4}X^2\right]$